0 774586 370009

77-45-86-37
(35.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по космонавтике
профиль олимпиады

Насибуллина Ильи Михайловича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«1» марта 2025 года

Подпись участника

Черновик

$x^3+ax^2+bx+c=(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

$1+a+b+c=1 \Rightarrow a+b+c=0$

$P(2)=8+4a+2b+c=8+3a+b$

$P(0)=c=a \qquad x^3+ax^2-2ax+a=0$

$(x^2-xx_1-xx_2+x_1x_2)(x-x_3)=x^3-x^2x_1-x^2x_2+xx_1x_2-$
$-x^2x_3+xx_1x_3+xx_2x_3-x_1x_2x_3=$
$=x^3-x^2(x_1+x_2+x_3)+x(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)-x_1x_2x_3=$

$\cancel{x^3+}$ $\qquad 8+4a-4a+a$

$a=-(x_1+x_2+x_3)=-x_1x_2x_3$

$b=x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3$

$c=-x_1x_2x_3$

$x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=x_1x_2x_3+x_1+x_2+x_3$

$P(2)=8+3a+b=8-3(x_1+x_2+x_3)+x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3$

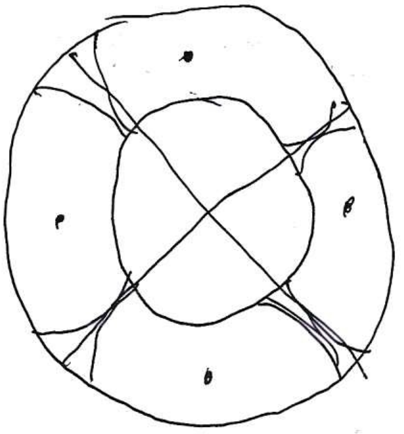
$P(0)=-x_1x_2x_3$

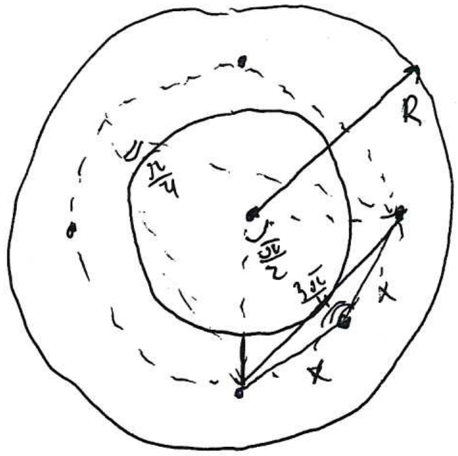
$P(2)-P(0)=8+x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3-3(x_1+x_2+x_3)+$
$+x_1x_2x_3=8+x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3-3(x_1x_2+x_1x_3+$
$+x_2x_3-x_1x_2x_3)+x_1x_2x_3=8+4x_1x_2x_3-2(x_1x_2+$
$+x_2x_3+x_1x_3)=8-4c-2b$

$8+3a+b-a=8+2a+b=8-4a-2b$

$6a+3b=0 \Rightarrow b=-2a$

Черновик





$$\frac{R-r}{2}+r=\frac{R+r}{2}$$

$$\sqrt{2}\,\frac{R+r}{2}=\frac{R+r}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{(R+r)^2}{2} \qquad 2x^2-2x^2\cos\frac{3\pi}{4}=2x^2\left(1+\cos\frac{\pi}{4}\right)=$$

$$=2x^2\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=2x^2\cdot\frac{2+\sqrt{2}}{2}=\left(2+\sqrt{2}\right)x^2$$

$$x^2=\frac{(R+r)^2}{2\left(2+\sqrt{2}\right)} \Rightarrow x=\frac{R+r}{\sqrt{2\left(2+\sqrt{2}\right)}}=\frac{R-r}{2}$$

$$2R+2r=\sqrt{2\left(2+\sqrt{2}\right)}\,R-\sqrt{2\left(2+\sqrt{2}\right)}\,r$$

$$\left(2+\sqrt{2\left(2+\sqrt{2}\right)}\right)r=\left(\sqrt{2\left(2+\sqrt{2}\right)}-2\right)R$$

$$\boxed{r=\frac{\sqrt{2\left(2+\sqrt{2}\right)}-2}{\sqrt{2\left(2+\sqrt{2}\right)}+2}\,R}$$

2

$\boxed{\text{Черновик}}$

~~s=input().split()~~

~~s=input()~~

~~for i in s~~

~~for ... in s:~~
~~so.append()~~

$$\overline{C}_n^k \cdot \overline{P}_k = C_{n+k-1}^k \cdot \overline{P}_k$$

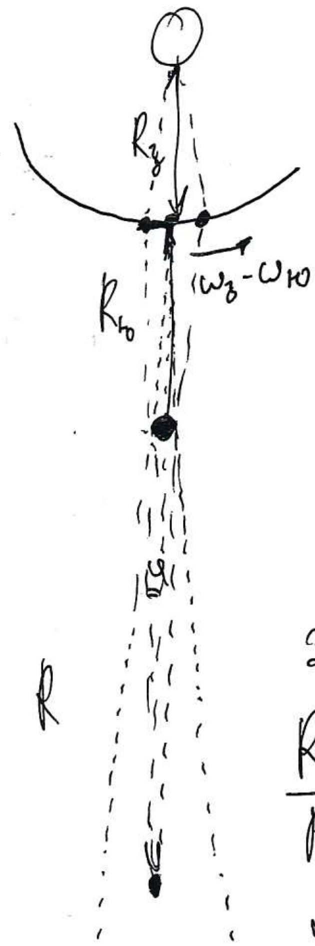
```
from math import*
s=input()      Po=[]
for dlina in range(1, len(s)+1):
    Po.append
```

$$tg\varphi \approx \varphi = \frac{r_ю}{R-R_ю} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow tg\varphi (R-R_з) = $$

$$= \frac{R-R_з}{R-R_ю} r_ю =$$

$$= tg\alpha \cdot R_з$$



$$\frac{2\pi}{T_ю} = \omega_ю$$

$$\frac{2\pi}{T_з} = \omega_з$$

$$tg\alpha = \frac{(R-R_з)r_ю}{(R-R_ю)R_з} \approx \alpha$$

$$\frac{2\alpha}{\omega_з - \omega_ю} = \frac{\frac{(R-R_з)r_ю}{(R-R_ю)R_з} \cdot 2}{\frac{2\pi}{T_з} - \frac{2\pi}{T_ю}} \approx$$

$$\approx \frac{\frac{r_ю}{R_з}}{\frac{\pi}{T_з} - \frac{\pi}{T_ю}} = \frac{r_ю T_з T_ю}{\pi (T_ю - T_з) R_з}$$

$$2tg\alpha = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$$

$$\frac{R-R_з}{\cancel{R-R_ю}} \cancel{r_ю} = \frac{\cancel{r_ю}}{\cancel{R-R_ю}} R_з$$

$$\frac{R-R_з}{R_з}$$

$$\frac{T_ю^2}{T_з^2} = \frac{R_ю^3}{R_з^3} \Rightarrow T_ю = T_з \sqrt{\frac{R_ю^3}{R_з^3}}$$

$$\frac{r_ю T_з \cdot \cancel{T_з} \sqrt{\frac{R_ю^3}{R_з^3}}}{\pi R_з \cancel{T_з}\left(\sqrt{\frac{R_ю^3}{R_з^3}} - 1\right)} =$$

Черновик

$$\cancel{m}\frac{v^2}{R} = G\frac{M\cancel{m}}{R^2}$$

$$v^2 = G\frac{M}{R} \Rightarrow v = \sqrt{G\frac{M}{R}}$$

$$2\cdot 10^{30} = 333\,333\ M_з$$

$$2000000 \cdot 10^{24} = 6\cdot$$

$$\frac{T_з^4}{T_c^4} = \frac{R_c}{R_з}$$

$$\frac{6\cdot 10^{24}}{6\cdot 10^{6}} = 10^{18}$$

$$T_з = \cancel{0{,}26117}\,T_c$$

$$6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 10^{18} =$$

$$= 6{,}67\cdot 10^{7} = 66{,}7\cdot 10^{6}$$

$$T_з \simeq 1509$$

$$8{,}2\cdot 10^{3} = 8{,}2$$

$$T_{эф} = 1047{,}6$$

Черновик

```
s=input
n=len(s)
for i in range(1, n+1):

def sochetaniya(k, n)
    return (n+k-1)!/(k!(n-1)!)

def razmeshcheniya(k):
    return k!/(k1!k2!...)
```

$$\varphi(R-R_з)=\alpha R_з$$

$$\alpha=\frac{\varphi(R-R_з)}{R_з}=\frac{x}{R_з} \qquad x\sim r_ю$$

$$\alpha=\frac{r_ю}{R_з}\Rightarrow 2\alpha=\frac{2r_ю}{R_з}=\frac{D_ю}{R_з}$$

$$t=\frac{2\alpha}{\omega_з-\omega_ю}=\frac{\frac{D_ю}{R_з}}{\frac{2\pi}{T_з}-\frac{2\pi}{T_ю}}=\frac{\frac{r_ю}{R_з}T_зT_ю}{\pi(T_ю-T_з)}$$

```
def counter(stroka):
    so=[]
    for i in stroka:
        if i not in so:
            so.append(i)
    for j in so:
```

Чистовик

№1.

$x^3+ax^2+bx+c=(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$, где x_1, x_2 и x_3 - корни уравнения. По теореме Виета для кубического уравнения:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-a \\ x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=b \\ x_1x_2x_3=-c \end{cases}$$

верно

Знаем, что $x_1+x_2+x_3=x_1x_2x_3 \Rightarrow -a=-c \Rightarrow a=c$.

$P(1)=1+a+b+c=1 \Rightarrow a+b+c=0$. Т.к. $a=c$, то:

$a+b+c=a+b+a=2a+b=0 \Rightarrow b=-2a$

Уравнение приобретает вид:

$x^3+ax^2-2ax+a$. Тогда:

• $P(2)=8+\cancel{4a}-\cancel{4a}+a=8+a$

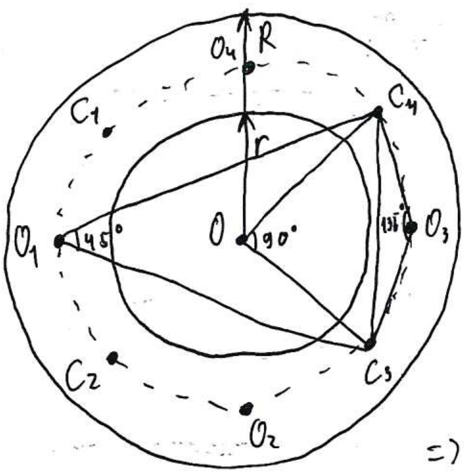
• $P(0)=0+0-0+a=a$

$P(2)-P(0)=8+a-a=8$

Ответ верный

Ответ: для данного многочлена $P(2)-P(0)=8$.

№2.



Сначала определим положение точек C_1, C_2, C_3 и C_4. Во-первых, чтобы микрофонины одновременно достигли краёв обоих колец, то точка C_i ($i=1, 2, 3, 4$) равноудалена от их краёв $\Rightarrow$ она лежит на пунктирной окружности (см. рис. выше). Радиус этой окружности - $R+\frac{R-r}{2}=\frac{R+r}{2}$.

Во-вторых, чтобы микрофонины коснулись друг друга одновременно, то $C_1C_2=C_2C_3=C_3C_4=C_4C_1 \Rightarrow C_1C_2C_3C_4$ - квадрат (см. рис. выше). При этом коснутся они друг друга в серединах дуг $\breve{C_1C_2}$, $\breve{C_2C_3}$, $\breve{C_3C_4}$ и C_4C_1.

верно

$C_3C_4=\sqrt{C_3O^2+C_4O^2}=\sqrt{2}\,\frac{R+r}{2}=\frac{R+r}{\sqrt{2}}$

Т.к. $\angle C_3OC_4=90°$ - центральный, то вписанный

Чистовик

№2 (продолжение).

угол $\angle C_3O_1C_4 = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ \Rightarrow$ т.к. 4-угольник $C_3O_1C_4O_3$ – вписанный, то $\angle C_3O_3C_4 = 180^\circ - \angle C_3O_1C_4 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$. Из симметрии $C_3O_3 = C_4O_3 = x \Rightarrow$ по теореме косинусов:

$$\frac{(R+r)^2}{2} = x^2 + x^2 - 2\cdot x \cdot x \cdot \cos 135^\circ = 2x^2 - 2x^2(\cos(180^\circ - 45^\circ)) =$$
$$= 2x^2 + 2x^2\cos 45^\circ = 2x^2\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2x^2\frac{2+\sqrt{2}}{2} = (2+\sqrt{2})x^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^2 = \frac{(R+r)^2}{2(2+\sqrt{2})} \Rightarrow x = \frac{R+r}{\sqrt{2(2+\sqrt{2})}}$$

Но т.к. требуется, чтобы микрогранулы касались стенок питательной области и друг друга одновременно, то:

$$\frac{R-r}{2} = \frac{R+r}{\sqrt{2(2+\sqrt{2})}}$$

неверный вывод

$$2R + 2r = \sqrt{2(2+\sqrt{2})}R - \sqrt{2(2+\sqrt{2})}r$$
$$\left(\sqrt{2(2+\sqrt{2})} + 2\right)r = \left(\sqrt{2(2+\sqrt{2})} - 2\right)R$$
$$r = \frac{\sqrt{2(2+\sqrt{2})} - 2}{\sqrt{2(2+\sqrt{2})} + 2}R = \frac{\sqrt{2(2+\sqrt{2})} - 2}{\sqrt{2(2+\sqrt{2})} + 2}\cdot 5\text{ см} \approx 0{,}66\text{ см}.$$

Ответ: 1) число r надо взять $r \approx 0{,}66$ см;

2) C_1, C_2, C_3, C_4 лежат на окружности радиуса $\frac{R+r}{2}$ и образуют квадрат.

№6.

Излучает вся пов-ть Солнца, а поглощает только половина Земли

$$T^4 \sim \frac{1}{R^2} \Rightarrow T^2 \sim \frac{1}{R}.$$ Т.е.:

$$\frac{T_з^2}{T_c^2} = \frac{\frac{1}{R_з}}{\frac{1}{R_c}} = \frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{R_c}} = \frac{R_c}{a} \Rightarrow \frac{T_з}{T_c} = \sqrt{\frac{R_c}{a}} \Rightarrow T_з = \sqrt{\frac{R_c}{a}}\,T_c$$

Т.к. не всё тепло проникает через атмосферу, то:

$$T_{зр} = (1-A_з)T_з = (1-A_з)T_c\sqrt{\frac{R_c}{a}} = (1-A_з)\sqrt{\frac{R_c}{a}}\,T_c \approx$$
$$\approx 273{,}6\ ^\circ K \approx 0{,}6\ ^\circ C.$$

Как видим, равновесная температура Земли меньше её температуры на поверхности. Это связано с парниковым эффектом атмосферы: она не выпускает часть тепла, создаваемого искусственно руками человека. Поэтому температура у пов-ности выше равновесной.

Верно, но слабо

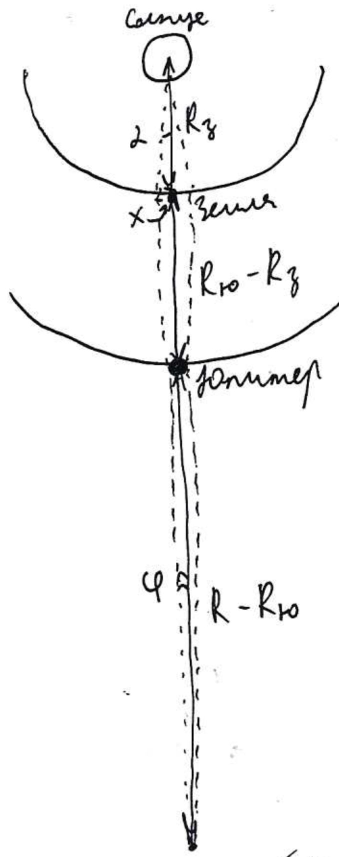
Чистовик

№6 (продолж.).

Ответ: 1) $T_{зр} \approx 0{,}6\ ^\circ C$;

2) см. на прошлом листе.

№4.



$$\omega_з = \frac{2\pi}{T_з}$$

$$\omega_ю = \frac{2\pi}{T_ю}$$

Если перейти в СО Юпитера, то:

$$\omega = \omega_з - \omega_ю = \frac{2\pi(T_ю - T_з)}{T_ю T_з}$$

$$tg\varphi \approx \varphi = \frac{r_ю}{R - R_ю} = \frac{x}{R - R_з}.$$

Т.к. расстояние R до звезды $R >> R_ю$ и $R >> R_з$, то можно считать, что $R - R_ю \approx R - R_з \Rightarrow x \approx r_ю$, где $r_ю$ – радиус самого Юпитера. Тогда:

$$tg\alpha \approx \alpha = \frac{r_ю}{R_з} \Rightarrow 2\alpha = \frac{2 r_ю}{R_з}$$

$$t = \frac{2\alpha}{\omega} = \frac{\frac{\cancel{2} r_ю}{R_з}}{\frac{\cancel{2}\pi(T_ю - T_з)}{T_ю T_з}} = \frac{r_ю T_ю T_з}{\pi R_з (T_ю - T_з)}$$

По III-ему закону Кеплера:

$$\frac{R_з^3}{R_ю^3} = \frac{T_з^2}{T_ю^2} \Rightarrow T_ю = T_з \sqrt{\frac{R_ю^3}{R_з^3}}$$ Подставляем:

$$t = \frac{r_ю T_з^{\cancel{2}} \sqrt{\frac{R_ю^3}{R_з^3}}}{\pi R_з \cancel{T_з}\left(\sqrt{\frac{R_ю^3}{R_з^3}} - 1\right)} = \frac{r_ю T_з \sqrt{\frac{R_ю^3}{R_з^3}}}{\pi R_з \frac{\sqrt{R_ю^3} - \sqrt{R_з^3}}{\sqrt{R_з^3}}} = \frac{r_ю T_з \sqrt{R_ю^3}}{\pi R_з\left(\sqrt{R_ю^3} - \sqrt{R_з^3}\right)} =$$

$$= T_з \frac{r_ю \sqrt{R_ю^3}}{\pi R_з\left(\sqrt{R_ю^3} - \sqrt{R_з^3}\right)},$$ где $r_ю, R_ю, T_з, R_з$ - известные константы. Т.к. $r_ю << R_з$, то данная величина t будет довольно маленькой - по моим оценкам это приблизительно 2 часа или 2,5 часа - между этими значениями

Ответ: затмение будет длиться от 2 до 2,5 часов.

Ответ неверный, [illegible] по порядку

Чистовик

№3.

Посчитаем I-ую космическую скорость для луны:

$$\cancel{m}\frac{v_1^2}{R} = G\frac{\cancel{m}M}{R^2}$$

$$v_1^2 = G\frac{M}{R} \Rightarrow v_1 = \sqrt{G\frac{M}{R}}$$

$R_л \approx 1350$ км $= 135 \cdot 10^4$ м

$G \approx 6{,}67 \cdot 10^{-11}$

$M_л \approx 2{,}3 \cdot 10^{23}$ кг

неверно

Подставляем:

$$\cancel{v_1 = \sqrt{G\frac{M_л}{R_л}} = \sqrt{6{,}67 \cdot \frac{7 \cdot 10^{23} \cdot 10^{-11}}{135 \cdot 10^4}} = \sqrt{\frac{46{,}69 \cdot 10^{12}}{135 \cdot 10^4}} = \sqrt{\frac{46{,}69}{135}} \cdot 10^4 =}$$

$$\cancel{\approx 5{,}88 \cdot 10^3 \frac{м}{с} = 5{,}88 \frac{км}{с} > 4 \frac{км}{с}}$$

$$\cancel{v_1 = \sqrt{G\frac{M_л}{R_л}} = \sqrt{6{,}67 \cdot \frac{7}{135} \cdot 10^8} \approx 0{,}588 \cdot 10}$$

$$v_1 = \sqrt{G\frac{M_л}{R_л}} = \sqrt{6{,}67 \cdot \frac{2{,}3}{135}} \cdot 10^4 = 3{,}37 \cdot 10^3 \frac{м}{с} = 3{,}37 \frac{км}{с} <$$

$< 4 \frac{км}{с} \Rightarrow$ мяч вообще не упадёт на поверхность луны.

Ответ: $t \to \infty$, т.к. мяч не упадёт на пов-ность луны.

Вывод верный

№5 - на следующем листе

Чистовик

№5.

Пишу на Python:

```
from math import *
def counter(stroka):
    so = []
    for i in stroka:
        if i not in so:
            so.append(i)
    counters = []
    for j in so:
        counters.append(stroka.count(j))
~~def sochetaniya(k, n):~~
    return counters
def sochetaniya(k, n):
    return math.factorial(n+k-1)//(math.facto
rial(k)* math.factorial(n-1)) # сделал просто перенос строки кода
def perestanovki(k, counters):
    pr=math.factorial(k)
    for i in counters:
        pr = pr/math.factorial(i)
    return pr
s=input()
summ=0
for l in range(1, len(s)+1):
```

затем формируем все возможные строки длиной l, применяем к ним 3 вышенаписанные функции и перемножаем для каждого l_i ($i \in [1; len(s)]$) результаты функций sochetaniya и perestanovki, это произведение прибавляем к summ

Программа не дописана

```
print(summ)
```